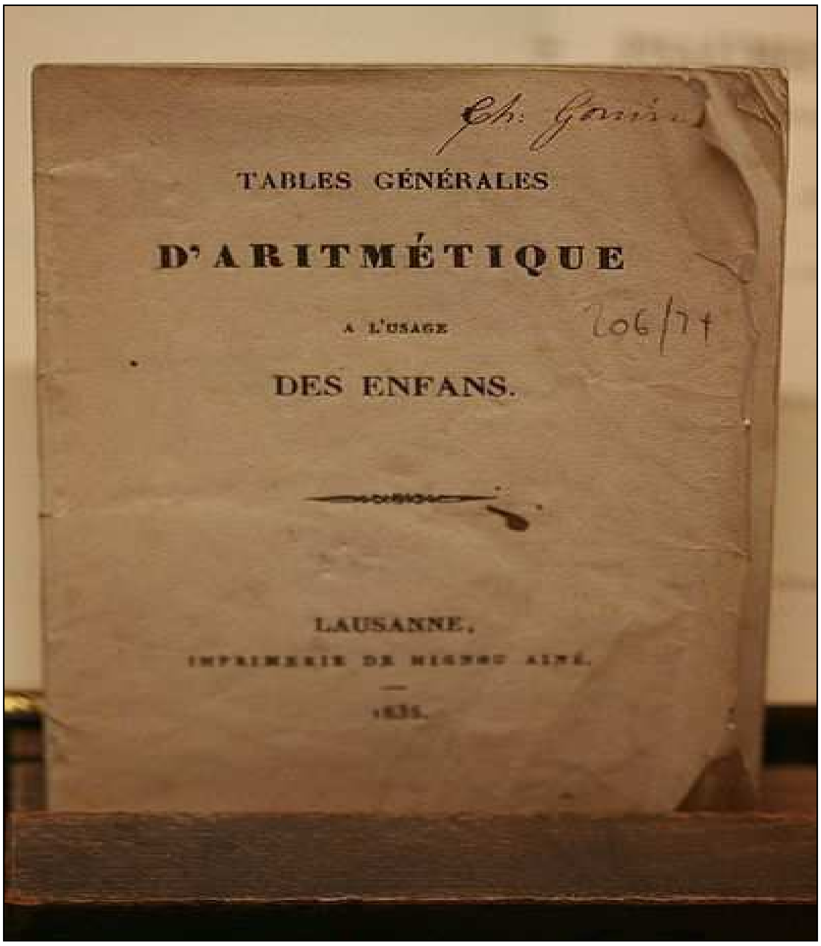
4 – Dispense di Matematica per il biennio
dell'Istituto I.S.I.S. " Gaetano Filangieri " di Frattamaggiore
EQUAZIONI FRATTE E SISTEMI DI EQUAZIONI

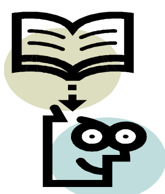



**Indice degli Argomenti:**

TEMA N. 1 : INSIEMI NUMERICI E CALCOLO

IV parte





A cura della professoressa Maria Teresa Saviano

# Equazioni fratte

## ►1.Equazioni fratte

Viene detta **equazione fratta** una **equazione algebrica** in cui la variabile appare anche al **denominatore.**

Un esempio:

$$\frac{x-6}{x-4}=x$$

Tali equazioni possono a volte richiedere una soluzione a valori **interi o razionali**; in generale devono essere risolte nel **campo** dei numeri **reali.**

**Risoluzione**

Per risolvere un'equazione fratta, il metodo generalmente utilizzato consiste nell'eliminare la variabile dal denominatore, moltiplicando entrambi i membri dell'equazione per il **minimo comune multiplo** dei denominatori presenti; in questo modo si ottiene un'equazione ausiliaria che verrà risolta normalmente.

È necessario però creare innanzitutto un **campo di esistenza** (denominato C.E.) in cui si indicano le radici che annullano in denominatore. Risolvendo quindi la sola equazione ausiliaria, si verificheranno le radici trovate con il campo di esistenza, eliminandole se necessario.

**Esempio**

Presa l'equazione fratta $\frac{3x-2}{1+x}=\frac{3x}{x-2}$

**1° passo** : determiniamo il m.c.m. dei denominatori $m.c.m.=(1+x)\cdot(x-2)$

Osserviamo che per x = -1 oppure per x = 2 le frazioni al primo e al secondo membro perdono di significato,

in quanto si annulla il denominatore.

**2° passo**: imponiamo le **Condizioni di Esistenza**: $1+x\neq 0$ e $x-2\neq 0$ C.E. $x\neq -1$□$x\neq 2$

La ricerca del valore che risolve l'equazione viene ristretta ai numeri reali appartenenti all'insieme *D*=R-{-1,2}

detto **dominio** dell'equazione o **insieme di definizione**.

**3° passo**: applichiamo il primo principio d'equivalenza trasportando al primo membro la frazione che si trova al secondo membro; riduciamo allo stesso denominatore (m.c.m.) per condurre l'equazione alla forma:

$$\frac{(3x-2)\cdot(x-2)-3x\cdot(1+x)}{(1+x)\cdot(x-2)}=0$$

**4° passo**: applichiamo il secondo principio di equivalenza moltiplicando ambo i membri per il m.c.m., certamente diverso da zero per le condizioni poste. L'equazione diventa:

$$\cancel{(1+x)\cdot(x-2)}\cdot\frac{(3x-2)\cdot(x-2)-3x\cdot(1+x)}{\cancel{(1+x)\cdot(x-2)}}=0\cdot(1+x)\cdot(x-2)$$ e quindi $(3x-2)\cdot(x-2)-3x\cdot(1+x)=0$

**5° passo**: svolgiamo i calcoli riducendo i monomi simili per portare l'equazione alla forma canonica:

$$3x^2-6x-2x+4-3x-3x^2=0 \quad\rightarrow\quad -11x=-4$$

**6° passo**: dividiamo ambo i membri per –11, applicando il secondo principio di equivalenza,otteniamo: $x=\frac{4}{11}$

**7° passo**: confrontiamo il valore trovato con le C.E.: in questo caso la soluzione appartiene all'insieme S, quindi possiamo concludere che è accettabile, l'insieme soluzione è: $S=\left\{\frac{4}{11}\right\}$

**Esempi**

□ $\frac{x^2+x-3}{x^2-x}=1-\frac{5}{2x}$

L'equazione assegnata è un'equazione frazionaria:

• determiniamo il m.c.m. dei denominatori; per fare questo dobbiamo prima scomporli in fattori primi :

$$\frac{x^2+x-3}{x\cdot(x-1)}=1-\frac{5}{2x} \qquad m.c.m.=2x\cdot(x-1)$$

• imponiamo le **C**ondizioni di **E**sistenza: $x$-1≠0 e 2x≠0 , cioè $\boldsymbol{x \neq 1}$ □ $\boldsymbol{x \neq 0}$, quindi il dominio è $D$=R-{1,0}

• trasportiamo al primo membro ed uguagliamo a zero; riduciamo allo stesso denominatore (m.c.m.) ambo i membri dell'equazione:

$$\frac{x^2+x-3}{x\cdot(x-1)}-1+\frac{5}{2x}=0$$ otteniamo $$\frac{2x^2+2x-6-2x^2+2x+5x-5}{2x\cdot(x-1)}=0$$

• applichiamo il secondo principio moltiplicando ambo i membri per il m.c.m., certamente diverso da zero per le condizioni poste; l'equazione diventa: $2x^2+2x-6-2x^2+2x+5x-5=0$ ;

• svolgiamo i calcoli riducendo i monomi simili per portare l'equazione alla forma canonica: 9 $x$=11;

• dividiamo ambo i membri per 9 , otteniamo: $x=\frac{11}{9}$ . 9

• Confrontando con le C.E., la soluzione appartiene all'insieme **D**, dunque è accettabile e l'insieme soluzione è: $S=\left\{\frac{11}{9}\right\}$ .

□ $$\frac{30}{x^2-25}+\frac{3}{5-x}=0$$

$$\frac{30}{(x-5)\cdot(x+5)}-\frac{3}{x-5}=0 \qquad m.c.m.=(x+5)\cdot(x-5) \;;$$

C.E : x - 5 ≠ 0 □ x + 5 ≠ 0 → x ≠ 5 □ x ≠ -5 → $D$=R-{-5,5}

$$\frac{30-3(x+5)}{(x+5)\cdot(x-5)}=0$$ e $$\cancel{(x+5)\cdot(x-5)}\cdot\frac{30-3(x+5)}{\cancel{(x+5)\cdot(x-5)}}=0\cdot(x+5)\cdot(x-5)$$

L'equazione si riduce a -3x + 15 = 0 che risolta fornisce la soluzione x = 5.

N.B. La soluzione non appartiene al dominio D quindi S = Φ e l'equazione viene detta impossibile.

Una equazione può essere :

- **determinata** : se fornisce una soluzione accettabile;
- **indeterminata** : se ogni numero reale del dominio è soluzione( Identità) S = D;
- **impossibile** : se non fornisce soluzioni accettabili S = Φ.

## ►2. SISTEMI DI EQUAZIONI

**Definizione di equazione lineare in due incognite**

Problema

***Determinare due numeri naturali la cui somma sia 18.***

L'ambiente del problema è l'insieme N dei numeri naturali. Indicati con x e y i due numeri richiesti dal quesito, il problema si formalizza con l'equazione $x+y=18$ , equazione in due incognite, di primo grado.

**DEF.:** Una equazione di primo grado in due incognite si chiama **equazione lineare**.

Procediamo per determinare l'Insieme Soluzione del problema proposto:
L'obiettivo è trovare $x$□N *e* $y$ □N *tali che* $x+y=18$ oppure $(x;y)\in \mathbb{N}\times\mathbb{N}$ *tali che* $x+y=18$
Le coppie di numeri naturali che sono soluzioni dell'equazione sono facilmente determinabili e sono tutte quelle riportate nella tabella:

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| x | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 |
| y | 18 | 17 | 16 | 15 | 14 | 13 | 12 | 11 | 10 | 9 | 8 | 7 | 6 | 5 | 4 | 3 | 2 | 1 | 0 |

L'Insieme Soluzione del problema posto è dunque formato dalle 19 coppie di numeri naturali sopra elencate.
Riformuliamo il problema cercando coppie di numeri razionali la cui somma sia 18. In simboli scriviamo
$x$□Q *e* $y$□Q *tali che* $x+y=18$ oppure $(x;y)\in \mathbb{Q}\times\mathbb{Q}$ *tali che* $x+y=18$
Possiamo subito dire che tutte le coppie precedenti sono soluzione del problema, ma ce ne sono infinite altre,
ad esempio la coppia ( -7 ;25 ) è soluzione del problema perché sostituendo a x il valore -7 e a y il valore 25, si ha $(-7)+(+25)=18$
Se attribuiamo un valore arbitrario a x, l'altro elemento della coppia soluzione si può ottenere sottraendo da 18 il valore di x: $y=18-x$
E ancora, se formuliamo il problema nell'insieme dei numeri reali R, troveremo tutte le infinite coppie soluzione del problema: basta assegnare all'incognita x valori reali arbitrari e determinare di conseguenza il corrispondente valore di $y=18-x$.

**DEF.:** Si chiama insieme Soluzione S di una equazione di primo grado in due incognite, l'**insieme delle coppie ordinate di numeri reali** che sostituiti rispettivamente a x e a y rendono vera l'uguaglianza.

**Rappresentazione di un'equazione lineare sul piano cartesiano**

**Esempio**

***Determinare l'insieme soluzione dell'equazione*** $3y-x+1=0$ *con* $x\in\mathbb{R}$ *e* $y\in\mathbb{R}$ .

Osserviamo che l'equazione assegnata ha due incognite ed è di primo grado; l'insieme soluzione sarà
formato dalle infinite coppie ordinate ( $x;y$ ) di numeri reali tali che $3y-x+1=0$
Possiamo verificare che la coppia ( 1 ; 0 ) è soluzione dell'equazione, ma come facciamo a determinare
tutte le coppie che soddisfano quella equazione?
Fissiamo l'attenzione sull'incognita y, pensiamo l'equazione come un'equazione nella sola y, ricaviamo y
come abbiamo fatto nelle equazioni di primo grado ad una sola incognita, applicando i principi di
equivalenza delle equazioni:

$$3y-x+1=0 \rightarrow 3y=x-1 \rightarrow \frac{3y}{3}=\frac{x-1}{3} \rightarrow y=\frac{1}{3}x-\frac{1}{3}$$

Ora al variare di x in R , si ottengono tutte le infinite soluzioni dell'equazione assegnata.
Prova a determinarne alcune:

| x | y | coppia |
|---|---|---|
| 0 | … … … | (0; … ) |
| 1 | … … … | (1; … ) |
| -1 | … … … | (-1; … ) |

In verità non possiamo trovare tutte le infinite coppie che risolvono quella equazione, ma possiamo darne una rappresentazione grafica. La formula $y=\frac{1}{3}x-\frac{1}{3}$ rappresenta una funzione lineare; riportiamo le coppie trovate in un riferimento cartesiano ortogonale e tracciamo la retta che rappresenta la funzione.

Una qualunque equazione lineare $ax+by+c=0$ ammette infinite soluzioni, costituite da coppie ordinate di numeri reali; esse sono le coordinate cartesiane dei punti della retta grafico della funzione $y=-\frac{a}{b}x-\frac{c}{b}$

La formula $y=-\frac{a}{b}x-\frac{c}{b}$ si chiama **equazione esplicita della retta**.

**Esempio**

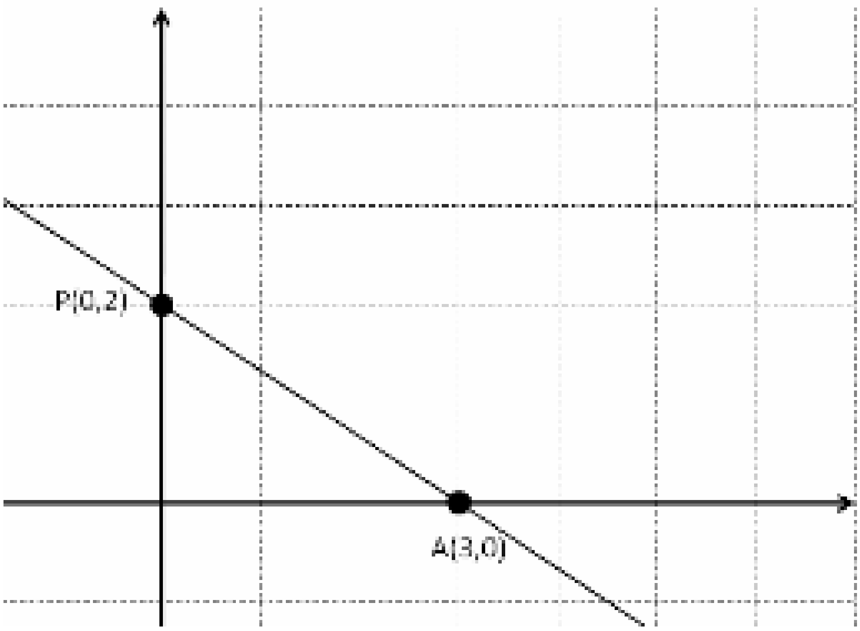
Risolvi graficamente l'equazione $y+\frac{2}{3}x-2=0 \;\; con \;\; x\in\mathbb{R} \;\; e \;\; y\in\mathbb{R}$

L'equazione assegnata è in due incognite, di primo grado, è cioè una equazione lineare. Nel riferimento
cartesiano ortogonale essa rappresenta una retta.

Troviamo l'equazione esplicita della retta: $y=-\frac{2}{3}x+2$

Individuiamo l'ordinata del punto di intersezione della retta con l'asse y:*q*=2 → quindi *P(* 0 *;* 2 ) è unpunto della retta.Troviamo un altro punto appartenente alla retta: se x=3 allora y=0, quindi *A(* 3 *;* 0□) è un punto della retta.

Disegniamo la retta nel piano cartesiano: le coppie (x;y), coordinate dei punti della retta tracciata, sono le infinite soluzioni dell'equazione assegnata.




## ►3. Definizione di sistema di equazioni

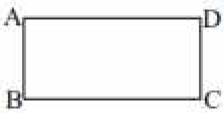
**Problema**

*Nel rettangolo ABCD, la somma del doppio di AB con la metà di BC è di 98m;aumentando AB di 3m e BC di 2m il perimetro del rettangolo diventa di 180m.Determinare l'area in $m^2$ del rettangolo.*

**Dati** **Obiettivo**: Area

$2\overline{AB}+\frac{1}{2}\overline{BC}=98\ m.$

$2(\overline{AB}+3\ m+\overline{BC}+2\ m)=180\ m.$




Soluzione:

Per determinare l'area del rettangolo dobbiamo moltiplicare le misure delle sue dimensioni *Area*=*AB*·*BC* che però non conosciamo; il problema ha quindi due incognite.

Analizzando i dati possiamo osservare che ci sono fornite due informazioni che legano le grandezze incognite. Se poniamo *AB*=*x* e *BC*= *y* otteniamo le due equazioni

$$2x+\frac{1}{2}y=98 \qquad 2(x+3+y+2)=180$$

che dovranno risultare soddisfatte per una stessa coppia di numeri reali.

**DEF.:** Si definisce **sistema di equazioni** l'insieme di più equazioni, in due o più incognite, che devono essere verificate contemporaneamente. La scrittura formale si ottiene associando le due equazioni mediante una parentesi graffa.
L'Insieme Soluzione (S.) di un sistema di equazioni in due incognite è formato da tutte le coppie di numeri reali che rendono vere tutte le equazioni contemporaneamente.
Si chiama **grado di un sistema** il prodotto dei gradi delle equazioni che lo compongono.

Il problema proposto si formalizza dunque con il sistema:

$$\begin{cases} 2x+\frac{1}{2}y=98 \\ 2(x+3+y+2)=180 \end{cases}$$

composto da due equazioni in due incognite di primo grado e pertanto il suo grado è 1 ed è un sistema lineare. La sua forma canonica si ottiene sviluppando i calcoli nella seconda equazione, si ottiene

$$\begin{cases} 2x+\frac{1}{2}y=98 \\ 2x+2y=170 \end{cases}$$

**Metodo di sostituzione**

**Risolvere il sistema** significa determinare tutte le coppie di numeri reali che soddisfano contemporaneamente le due equazioni.
Analizziamo i diversi metodi che permettono di ottenere l'**I**nsieme **S**oluzione, cominciamo dal **metodo di sostituzione**.

**Esempio**

■ $\begin{cases} -3x+y=2 \\ 5x-2y=7 \end{cases}$.

Il sistema si presenta già in forma canonica. Il metodo di sostituzione si svolge nei seguenti passi:

**1° passo**: scegliamo una delle due equazioni e una delle due incognite da cui partire.
Applicando i principi d'equivalenza delle equazioni, ricaviamo questa incognita.
Nel nostro esempio, partiamo dalla prima equazione e ricaviamo l'incognita y da cui

$$\begin{cases} -3x+y=2 \\ 5x-2y=7 \end{cases} \quad \text{da cui} \quad \begin{cases} y=2+3x \\ 5x-2y=7 \end{cases}$$

**2° passo**: sostituiamo nella seconda equazione, al posto dell'incognita trovata, l'espressione a cui è uguale.
Nel nostro esempio abbiamo da cui

Nel nostro esempio abbiamo $\begin{cases} y=2+3x \\ 5x-2y=7 \end{cases}$ da cui $\begin{cases} y=2+3x \\ 5x-2(2+3x)=7 \end{cases}$

**3° passo**: svolgiamo i calcoli nella seconda equazione.

Nel nostro esempio abbiamo $\begin{cases} y=2+3x \\ 5x-4-6x=7 \end{cases}$

**4° passo**: risolviamo la seconda equazione, che ora è un'equazione di primo grado in una sola variabile.
Nel nostro esempio, ricaviamo x dalla seconda equazione

$$\begin{cases} y=2+3x \\ 5x-4-6x=7 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} y=2+3x \\ -x=7+4 \rightarrow x=-11 \end{cases}$$

**5° passo**: sostituiamo nella prima equazione il valore numerico dell'incognita trovata, avremo un'equazione di primo grado nell'altra incognita. Risolviamo quest'ultima equazione.

$$\begin{cases} y=2+3x \\ -x=7+4 \Rightarrow x=-11 \end{cases} \quad \text{da cui} \quad \begin{cases} x=-11 \\ y=-31 \end{cases}$$

**6° passo**: possiamo ora scrivere l'insieme soluzione. Nel nostro esempio *S.* ={(-11 ;-31) }

In conclusione, il sistema è **determinato**, la coppia ordinata (-11 ;-31) verifica contemporaneamente le due equazioni del sistema.

**Esempio**

■ $$\begin{cases} \frac{1}{2}(x-1)+3\left(y+\frac{1}{3}\right)=\frac{1}{6} \\ y\left(1+\frac{2}{5}\right)-2=\frac{4}{5}-\frac{x-1}{5} \end{cases}$$

Il sistema non si presenta nella forma canonica. Svolgiamo i calcoli e portiamo il sistema in forma canonica:

$\begin{cases} 3x+18y=-2 \\ x+7y=15 \end{cases}$ . Ricaviamo x dalla seconda equazione → $\begin{cases} 3x+18y=-2 \\ x=15-7y \end{cases}$

N.B.Abbiamo fatto questa scelta perché possiamo ottenere il valore di x con facilità e senza frazioni:

Sostituiamo nella prima equazione al posto di x l'espressione trovata:

$$\begin{cases} 3\cdot(15-7y)+18y=-2 \\ x=15-7y \end{cases} \rightarrow \begin{cases} -3y=-47 \rightarrow y=\frac{47}{3} \\ x=15-7y \rightarrow x=\frac{284}{3} \end{cases}$$

**Classificazione dei sistemi rispetto alle soluzioni**

I sistemi di equazioni sono classificati in base alle sue soluzioni. Un sistema si dice :

**determinato** : se esiste una sola coppia soluzione;

**indeterminato** : se tutte le coppie di numeri reali verificano entrambe le equazioni,*S.* = R×R;

**impossibile** : se non esiste alcuna coppia che soddisfa entrambi le equazioni e *S.* = Φ.

Esercizi

**EQUAZIONI FRATTE**

*Risolvi le seguenti equazioni frazionarie*

1 $\frac{2}{x+1}=\frac{1}{x+2}$ $\quad S.=\{-3\}$ $\qquad \frac{1}{x-1}=2$ $\quad S.=\left\{\frac{3}{2}\right\}$

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 2 | $1-\frac{1}{x+1}=0$ | $S.=\{0\}$ | | $\frac{2x-4}{x-2}=0$ | $S.=\emptyset$ |
| 3 | $\frac{x}{x+1}-\frac{1}{x-1}=1$ | $S.=\{0\}$ | | $\frac{1}{x-3}=\frac{x}{3-x}$ | $S.=\{-1\}$ |
| 4 | $\frac{x-1}{x^2-4}=-\frac{5}{x+2}$ | $S.=\left\{\frac{11}{6}\right\}$ | | $\frac{3}{x+1}=\frac{2}{x+1}$ | $S.=\emptyset$ |
| 5 | $\frac{1}{3-x}-\frac{4}{2x-6}=0$ | $S.=\{\emptyset\}$ | | $\frac{x^2-1}{x-1}-1=2x+1$ | $S.=\{-1\}$ |
| 6 | $\frac{x}{x^2-4}=\frac{1}{x+2}$ | $S.=\emptyset$ | | $\frac{1}{x}-\frac{3}{x^2}=\frac{2-2x}{x^3}$ | $S.=\{2,-1\}$ |
| 7 | $\frac{x-2}{x-1}=\frac{x-1}{x-2}$ | $S.=\left\{\frac{3}{2}\right\}$ | | $\frac{x+3}{x+1}=x+3$ | $S.=\{0,-3\}$ |
| 8 | $\frac{3x+1}{3x^2+x}=1$ | $S.=\{1\}$ | | $\frac{6+x}{x-3}=\frac{x^2}{x-3}$ | $S.=\{-2\}$ |
| 9 | $\frac{1}{x-2}+\frac{2}{x+1}=\frac{3}{x^2-x-2}$ | | | | $S.=\emptyset$ |
| 10 | $\frac{5}{x-2}-\frac{6}{x+1}=\frac{3x-1}{x^2-x-2}$ | | | | $S.=\left\{\frac{9}{2}\right\}$ |
| 11 | $\frac{1}{(1-x)}-\frac{x}{(x-1)}=0$ | $S.=\{-1\}$ | 14 | $\frac{1}{x-1}+\frac{2}{x}+\frac{1}{x^2-x}=0$ | $S.=\left\{\frac{1}{3}\right\}$ |
| 12 | $\frac{x+1}{x-1}-\frac{x}{1+x}=0$ | $S.=\left\{-\frac{1}{3}\right\}$ | 15 | $\frac{3x}{x-2}+\frac{6x}{x^2-4x+4}=\frac{3x^2}{(x-2)^2}$ | $S.=\mathbb{R}-\{2\}$ |
| 13 | $\frac{2x+1}{2x-1}+\frac{4x^2+1}{4x^2-1}=2$ | $S.=\{-1\}$ | 16 | $\frac{x-1}{x^2-2x+1}=\frac{2}{2-2x}$ | $S.=\emptyset$ |
| 17 | $1+\frac{x-1}{x+1}=\frac{1}{x-2}+\frac{1-x^2}{x^2-x-2}$ | $S.=\left\{-\frac{1}{3}\right\}$ | 21 | $\frac{5}{5x+1}+\frac{2}{2x-1}=\frac{1}{1-2x}$ | $S.=\left\{\frac{2}{25}\right\}$ |
| 18 | $-\frac{3x}{6-2x}+\frac{5x}{10-5x}=\frac{1-x}{4-2x}$ | $S.=\left\{\frac{3}{4}\right\}$ | 22 | $\frac{1}{x-2}+\frac{2}{x+1}=\frac{3}{x^2-x-2}$ | $S.=\{\emptyset\}$ |
| 19 | $\frac{1}{x+3}-\frac{1}{2-x}=\frac{x+3}{x^2+x-6}$ | $S.=\emptyset$ | 23 | $\frac{1+2x}{1-2x}+\frac{1-2x}{1+2x}=\frac{6-8x^2}{1-4x^2}$ | $S.=\emptyset$ |
| 20 | $4-x^2=\frac{x^2+5x+6}{x+2}-1$ | $S.=\{1\}$ | 24 | $(4x+6)\left(\frac{4}{x+1}-\frac{1}{x-1}\right)=0$ | $S.=\left\{-\frac{3}{2},\frac{5}{3}\right\}$ |

25 $\left(\frac{1}{x+5}-\frac{1}{5}\right):\left(\frac{1}{x-5}+\frac{1}{5}\right)+\frac{x^2}{x^2-5x}=0$ $S.=\left\{\frac{5}{3}\right\}$

26 $\frac{1+2x}{x^2+2x}+\frac{x^3-6x+1}{x^2-4}=\frac{x^2-2x}{x-2}+\frac{1}{x^2-2x}$ $S.=\left\{-\frac{4}{3}\right\}$

27 $\frac{1}{3x+2}-\frac{3}{2-x}=\frac{10x+4}{3x^2-4x-4}$ $\mathbb{R}-\left\{-\frac{2}{3},2\right\}$

28 $\frac{2x+1}{x+3}+\frac{1}{x-4}=\frac{4x-9}{x^2-x-12}$ $x=4$ soluzione non accettabile $S.=\{1\}$

29 $\frac{1}{x-1}-\frac{1}{x}=\frac{(x+1)^2}{2(x^2-1)}+1$ $S.=\left\{-\frac{2}{3}\right\}$

30 $\frac{x^2-1}{x+1}-\frac{1}{x+2}=\frac{x+1}{x+2}-x$ $S.=\{1\}$

31 $\frac{1}{x+3}-\frac{2}{x+2}=\frac{3x-6}{x^2+5x+6}$ $S.=\left\{\frac{1}{2}\right\}$

32 $\frac{2x-3}{x+2}+\frac{1}{x-4}=\frac{2}{x^2-2x-8}$ $S.=\{2,3\}$

33 $\frac{x-1}{x+2}+\frac{x+2}{x-1}=\frac{1}{x^2+x-2}$ $S.=\emptyset$

34 $\frac{3}{x-1}+\frac{1}{x+1}=\frac{12-x}{x^2-1}$ $S.=\{2\}$

35 $\frac{1}{2}\cdot\left(x-\frac{1}{x}\right)-2\left(1-\frac{1}{x}\right)=\frac{x^2-1}{x}$ $S.=\{-5,+1\}$

36 $\frac{x}{2x+1}+\frac{x+1}{2(x+2)}=\frac{x-1}{2x^2+5x+2}$ $S.=\emptyset$

37 $\frac{3x+1}{x^2-9}+\frac{2}{3x^2-9x}=\frac{3}{x+3}$ $S.=\left\{-\frac{3}{16}\right\}$

38 $\frac{3(2x-3)}{x^3+27}+\frac{1}{x+3}=\frac{x}{x^2-3x+9}$ $S.=\mathbb{R}-\{-3\}$

39 $(x-4)(x+3)=\frac{(x-4)(x+3)}{x-2}$ $S.=\{4,-3,3\}$

40 $\left(1-\frac{1}{2}x\right):\left(1+\frac{1}{2}x\right)=\left(\frac{2x+1}{6x+3}-\frac{1}{2}x\right)+\frac{x^2}{2x+4}$ $S.=\{4\}$

## SISTEMI DI EQUAZIONI

*Risolvi graficamente le seguenti equazioni in due incognite, seguendo i passi sopra descritti:*

41 $2x-2y+3=0$ $\quad -\frac{1}{5}x-\frac{5}{2}y+1=0$

42 $x+2y+\frac{7}{4}=0$ $\quad -2y+3=0$

43 $-2x+4y-1=0$ $\quad 2y+\frac{2}{3}x+6=0$

44 $2x+6y=0$ $\quad 3y+6=-x$

*Stabilisci quali coppie appartengono all'**I**nsieme **S**oluzione dell'equazione.*

45 $5x+7y-1=0$ $\quad \left(-\frac{7}{5};0\right), \left(-\frac{1}{5};-1\right), \left(0;\frac{1}{7}\right), \left(\frac{2}{5};-\frac{1}{7}\right)$

46 $-x+\frac{3}{4}y-\frac{4}{3}=0$ $\quad (0;-1), \left(\frac{1}{12};\frac{17}{9}\right), \left(-\frac{4}{3};0\right), (-3;4)$

47 $-x-y+2=0$ $\quad (2;0), (0;2), (1;1), (2;-1)$

*Risolvi i seguenti sistemi*

48 $\begin{cases}x=1\\x+y=1\end{cases}$ *R.* $\begin{cases}x=1\\y=0\end{cases}$ $\quad \begin{cases}2y=2\\x+y=1\end{cases}$ *R.* $\begin{cases}x=0\\y=1\end{cases}$

49 $\begin{cases}2x+y=1\\2x-y=-1\end{cases}$ *R.* $\begin{cases}x=0\\y=1\end{cases}$ $\quad \begin{cases}y=x\\2x-y+2=0\end{cases}$ *R.* $\begin{cases}x=-2\\y=-2\end{cases}$

50 $\begin{cases} 3x+y=2 \\ x+2y=-1 \end{cases}$ R. $(1,-1)$ $\qquad$ $\begin{cases} y=-x+1 \\ 2x+3y+4=0 \end{cases}$ R. $\begin{cases} x=7 \\ y=-6 \end{cases}$

51 $\begin{cases} x+2y=1 \\ -2x-4y=2 \end{cases}$ R. impossibile $\qquad$ $\begin{cases} x+4y-1=3 \\ \frac{x}{2}+\frac{y}{3}+1=-\frac{x}{6}-1 \end{cases}$ R. $\begin{cases} x=-4 \\ y=2 \end{cases}$

52 $\begin{cases} x+y=x \\ 2x+y=2 \end{cases}$ R. $\begin{cases} x=1 \\ y=0 \end{cases}$ $\qquad$ $\begin{cases} x=2 \\ x+y=3 \end{cases}$ R. $(2;1)$

53 $\begin{cases} y=2x-1 \\ y=2x \end{cases}$ R. $\emptyset$ $\qquad$ $\begin{cases} x+y=2 \\ -x-y=2 \end{cases}$ R. $\emptyset$

54 $\begin{cases} 3x+y=5 \\ x+2y=0 \end{cases}$ R. $\begin{cases} x=2 \\ y=-1 \end{cases}$ $\qquad$ $\begin{cases} 2x-y=4 \\ x-\frac{1}{2}y=2 \end{cases}$ R. $\mathbb{R}^+$

55 $\begin{cases} y=-2 \\ 2x-y+2=0 \end{cases}$ $\qquad$ $\begin{cases} 2x-y=3 \\ -6x+3y=-9 \end{cases}$ R. indeterminato

56 $\begin{cases} x=-1 \\ 2x-y=1 \end{cases}$ R. $(-1;-3)$ $\qquad$ $\begin{cases} x-2y=1 \\ 2x-y=7 \end{cases}$

57 $\begin{cases} \frac{x-4y}{3}=x-5y \\ x-2=6y+4 \end{cases}$ R. $\begin{cases} x=-66 \\ y=-12 \end{cases}$ $\qquad$ $\begin{cases} y-\frac{3x-4}{2}=1-\frac{y}{4} \\ 2y-2x=-\frac{4}{3} \end{cases}$ R. $\left(\frac{2}{3};0\right)$

58 $\begin{cases} (x-2)^2+y=(x+1)(x-y)+(3-y)(2-x) \\ \frac{x}{4}-2y=2 \end{cases}$ R. $\begin{cases} x=-4 \\ y=-\frac{3}{2} \end{cases}$

59 $\begin{cases} \frac{y^2-4x+2}{5}=\frac{2y^2-x}{10}-1 \\ x=-2y+8 \end{cases}$ R. $\begin{cases} x=2 \\ y=3 \end{cases}$

60 $\begin{cases} \frac{2}{3}x-y+\frac{1}{3}=0 \\ x-\frac{2}{3}y+\frac{1}{3}=0 \end{cases}$ R. $\left(-\frac{1}{5};\frac{1}{5}\right)$

61 $\begin{cases} \frac{1}{2}y-\frac{1}{6}x=5-\frac{6x+10}{8} \\ 8(x-2)+3x=40-6\left(y-\frac{1}{6}\right) \end{cases}$

*Per ciascuno dei seguenti sistemi stabilisci se è determinato, indeterminato, impossibile.*

62 $\begin{cases} x-2y=3 \\ 4x-8y=12 \end{cases}$ $\begin{cases} x-2y=3 \\ 2x-4y=5 \end{cases}$

63 $\begin{cases} x-2y=3 \\ 2x-6y=12 \end{cases}$ $\begin{cases} \frac{1}{2}x-\frac{3}{2}y=-2 \\ \frac{5}{4}x-\frac{15}{4}y=-\frac{5}{2} \end{cases}$

64 $\begin{cases} \frac{1}{7}x-\frac{4}{5}y=0 \\ \frac{5}{4}x-7y=\frac{19}{2} \end{cases}$ $\begin{cases} 2x+y=1 \\ 2x-y=-1 \end{cases}$

65 $\begin{cases} -40x+12y=-3 \\ 17x-2y=100 \end{cases}$ $\begin{cases} x-y=3 \\ -x+y=1 \end{cases}$

66 $\begin{cases} -x+3y=-\frac{8}{15} \\ 5x-15y=\frac{2^3}{3} \end{cases}$ $\begin{cases} \frac{x}{2}=-\frac{y}{2}+1 \\ x+y=2 \end{cases}$

67 $\begin{cases} x+y=0 \\ -x+y=0 \end{cases}$ $\begin{cases} 2x+y=1 \\ 2x-y=-1 \end{cases}$

68 $\begin{cases} 2x+y=1+y \\ 4x+y=2 \end{cases}$ $\begin{cases} x+y=0 \\ x-y=-1 \end{cases}$

69 $\begin{cases} x-y=0 \\ -2x+3y=1 \end{cases}$ $\begin{cases} 2x=3-x \\ 2x+y=3 \end{cases}$

70 $\begin{cases} \frac{4}{3}x-\frac{4y-x}{2}+\frac{35}{12}-\frac{x+y}{4}=0 \\ \frac{3(x+y)}{2}-\frac{1}{2}(5x-y)=\frac{1}{3}(11-4x+y) \end{cases}$